

ИНТЕРПОЛАТИВНА БУЛОВА АЛГЕБРА: ПРИМЕНЕ У ФИНАНСИЈАМА

INTERPOLATIVE BOOLEAN ALGEBRA IN FINANCE: APPLICATION AND USE CASES

МИЛИЦА ЗУКАНОВИЋ¹, АЛЕКСАНДАР РАКИЋЕВИЋ²

¹ Универзитет у Београду - Факултет организационих наука, Београд, milica.zukanovic@fon.bg.ac.rs

² Универзитет у Београду - Факултет организационих наука, Београд, aleksandar.rakicevic@fon.bg.ac.rs

Резиме: Финансије играју важну улогу у сваком аспекту модерне данашњице. Стога, мноштво истраживача развили су најразличитије методе рачунарске интелигенције за широки спектар финансијских проблема. Пак, многи научници сматрају да се знање и искуство стручњака морају укључити приликом решавања таквих проблема. Коришћењем логичких модела и алгоритама за подршку приликом доношења одлука, разматране компоненте могу се боље интегрисати у модел. Основни циљ овог истраживања је да кроз преглед конференцијских радова, часописа и монографија анализира примену логичких модела утемељених на интерполативној Буловој алгебри у области финансијских изазова попут процене кредитног рејтинга, избора инвестиционог портфолија, евалуације финансијских перформанси, моделовање ценовних образаца, итд.

Кључне речи: Интерполативна Булова алгебра, логичка агрегација, инвестиционо одлучивање, кредитни рејтинг, евалуација перформанси.

Abstract: Finance plays an important role in every aspect of modern society. Therefore, many researchers have developed a wide variety of computational intelligence methods for different ranges of financial problems. However, numerous scientists believe that the knowledge and experience of experts must be included in solving such problems. By using logic models and decision support algorithms, the considered components can be better integrated into the model. The main goal of this research is to analyze, through a comprehensive review of conference papers, journals and monographs, the application of logic models based on interpolative Boolean algebra in the field of financial challenges such as credit rating forecasting, investment portfolio selection, financial performance evaluation, modeling candlestick patterns, etc.

Keywords: Interpolative Boolean algebra, logical aggregation, investment decision making, credit rating, performance evaluation.

1. УВОД

Финансије су одувек биле подложне динамичним променама, али са модернизацијом информационих система, велика количина информација доступна је инвеститорима, трговцима и истраживачима свакодневно. Самим тим, последњих деценија уведене су значајне промене у домену финансија. Традиционалне статистичке методе [2, 3] и технике рачунарске интелигенције [1, 3, 16, 28] све више се користе за анализу великих скупова података, боље разумевање промена, предвиђање и доношење сложених финансијских одлука. Предвиђање кретања цена акција [2, 3], процена кредитног рејтинга [16], предвиђање финансијских временских серија [28] и алгоритаМСКО трговање [1, 20] су међу областима за које су развијени модели рачунарске интелигенције.

Интерполативна Булова алгебра (ИБА) је Булова конзистентна фази логика [17]. Према овом приступу, усложњавање проблема умањује ефикасност традиционалних метода решавања проблема. Управо зато, примена ИБА досегнула је до многобројних области, од туризма [4], преко образовања [14], пројектног менаџмента [12], ИТ индустрије [5], до

медицине [6]. До сада, две најуспешније области примене ИБА су логичка агрегација [18, 21] и ИБА мера сличности [24].

У овом истраживању пружен је преглед литературе и анализирани су радови на основу начина примене ИБА концепта, али и области финансија. Рад је организован на следећи начин. У другом поглављу описани су основни концепти интерполативне Булове алгебре. Потом је представљен систематичан преглед литературе, да би на крају били дати закључци.

2. ИНТЕРПОЛАТИВНА БУЛОВА АЛГЕБРА

ИБА представља конзистентан оквир који задовољава све теореме и аксиоме Булове алгебре за све реалне вредности јединичног интервала [18].

ИБА се састоји из два нивоа, симболичког и вредносног нивоа. На симболичком нивоу ИБА разматра се структура атрибута, док се на вредносном нивоу додељују вредности и рачуна коначна вредност израза у Буловом оквиру [17]. Овај принцип структуралне функционалности налаже да се ИБА трансформације изводе на симболичком нивоу пре увођења вредности чиме се осигурава да се негација третира другачије у односу на традиционалне приступе. Главни допринос ИБА огледа се у томе што на структурном нивоу чува све Булове законе у вишевредносном случају.

У ИБА оквиру, посматране особине се називају примарни атрибути. Ови атрибути су елементи логичких функција унутар ИБА. Реализација вредности примарних атрибута у оквиру класичне Булове алгебре подразумева коришћење две вредности 0 и 1, док код ИБА примарни атрибути имају $[0,1]$ -вредносну реализацију. Све логичке функције над примарним атрибутима представљају елементе ИБА.

Укључивање атома у логички израз је основа за увођење структуре логичког израза и структурног нивоа ИБА. У контексту симболичког нивоа, сваки логички израз се тумачи као скаларни производ [17]:

$$\varphi(a_1, \dots, a_n) = P \cdot S(a_1, \dots, a_n) \quad (1)$$

где је P вектор примарних атрибута, а $S(a_1, \dots, a_n)$ структурни вектор.

На симболичком нивоу, логички израз се трансформише у генерализовани Булов полином (ГБП) на основу правила трансформације [18]:

$$(\alpha(a_1, \dots, a_n) \wedge \beta(a_1, \dots, a_n))^{\otimes} = \alpha^{\otimes}(a_1, \dots, a_n) \otimes \beta^{\otimes}(a_1, \dots, a_n) \quad (2)$$

$$(\alpha(a_1, \dots, a_n) \vee \beta(a_1, \dots, a_n))^{\otimes} = \alpha^{\otimes}(a_1, \dots, a_n) + \beta^{\otimes}(a_1, \dots, a_n) - \alpha^{\otimes}(a_1, \dots, a_n) \otimes \beta^{\otimes}(a_1, \dots, a_n) \quad (3)$$

$$(\neg \alpha(a_1, \dots, a_n))^{\otimes} = 1 - \alpha^{\otimes}(a_1, \dots, a_n) \quad (4)$$

где су $\alpha(a_1, \dots, a_n)$ и $\beta(a_1, \dots, a_n)$ сложени елементи Булове алгебре.

Када су у питању примарни атрибути $a_1, \dots, a_n$, следећа правила се примењују [18]:

$$(a_i \wedge a_j)^{\otimes} = \begin{cases} a_i \otimes a_j, & i \neq j \\ a_i, & i = j \end{cases} \quad (5)$$

$$(a_i \vee a_j)^{\otimes} = a_i + a_j - a_i \otimes a_j \quad (6)$$

$$(\neg a_i)^{\otimes} = 1 - a_i \quad (7)$$

На симболичком нивоу, трансформације омогућавају очување Булових закона од којих одступају друге вишевредносне логике. Правила која регулишу ГБП трансформације потичу из правила за структурну трансформацију логичких функција. Штавише, прво правило ГБП трансформације за примарне атрибуте обезбеђује идемпотенцију унутар ИБА.

На вредносном нивоу, сваки елемент Булове алгебре је реализован у ГБП. У ГБП, поред стандардних аритметичких операција као што су сабирање и одузимање, присутан је и генерализовани оператор производа (ГП). ГП, бинарни оператор на јединичном интервалу, припада поткласи т-норми и има предност као операција највишег приоритета унутар израза. ГП може бити било која функција већа од Лукашијевичевог оператора и мања од минимума [17]:

$$\max(a_1 + a_2 - 1, 0) \leq a_1 \otimes a_2 \leq \min(a_1, a_2) \quad (8)$$

У оквиру ИБА, избор оператора за генерализоване производе (ГП) зависи од природе атрибута варијабли које се агрегишу и њихове корелације. Конкретно, Лукашијевичев оператор се користи за агрегисање атрибута супротне природе, односно, негативно корелисаних променљивих. Стандардни производ се користи за некорелиране варијабле. Коначно, оператор минимума се примењује за агрегацију атрибута исте или сличне природе, тј. високо корелисаних варијабли.

Логичка агрегација (ЛА) је доследна и транспарентна техника агрегације заснована на ИБА. То имплицира да се нормализоване вредности улазних променљивих агрегишу коришћењем ГБП или пондерисане суме ГБП у коначну вредност. Главна предност ЛА у поређењу са традиционалним методама агрегације је то што омогућава моделирање сложених логичких веза које могу постојати у проблемима где је људски фактор посебно важан [18]. Пошто је разумевање и анализа ЛА функција једноставно, пронашло је примену у многим областима финансија.

3. ИНТЕРПОЛАТИВНА БУЛОВА АЛГЕБРА У ФИНАНСИЈАМА

Једна од најчешћих примена ИБА у финансијама јесте приликом избора инвестиционог портфолија. За решавање овог проблема, у раду [24] предложен је приступ логичког хијерархијског кластеровања које је засновано на ИБА мери различитости. Поменути приступ је први пут представљен у [25]. Логичко кластеровање је примењено на акцијама које чине BelexLine индекс. Груписање предузећа спроводи се уважавајући инвестиционе показатеље, након чега се врши избор акција на основу резултујућих кластера и одређује њихов удео у портфолију. Овај приступ је остварио импресивне резултате у односу су на реперни индексни портфолио. Касније, развијен је аутоматски систем за трговање на берзи заснован на логичком кластеровању [27]. Предложени систем је сложен и састоји се од три компоненте, претпроцесирања, финансијске анализе и креирања портфолија. По угледу на [24], систем користи логичко кластеровање како би направио разлику између потцењених акција које купује и прецењених које продаје. Ракићевић и остали су показали да се тим принципом остварује позитиван повраћај улагања и надмашује BelexLine индекс. Истовремено, на примеру S&P500 компанија из шест различитих индустрија, предложени приступ је постигао обећавајуће резултате и у неким случајевима и превазилази S&P500 индекс [23].

У истраживању [11], предлаже се нови фази систем закључивања заснован на правилима задатим од стране експерта за процену кредитне способности микро, малих и средњих предузећа. За разлику од већине истраживача, Латиновић и остали користе више финансијских рација различите природе да би прецизније класификовали предузећа у складу са њиховом кредитном способношћу. То омогућава систему да процени предузећа различитих категорија. Поред процене кредитног рејтинга предузећа, ИБА је коришћена и за процену кредитног рејтинга држава. С обзиром да су модели које користе велике агенције попут Moody's, Standard & Poor's и Fitch недоступни и практично се могу сматрати црним кутијама, истраживачи се више окрећу креирању што компетентнијег модела за предвиђање.

У [7] предлаже се хибридни модел заснован на ИБА и деференцијалној еволуцији (ДЕ). Основни циљ аутора је да креирају логичку функцију ИБА користећи ДЕ метахеуристику.

Такве функције се лако тумаче и могу направити фину разлику између држава. За потребе овог модела коришћени су економски показатељи држава заједно са кредитним рејтингом од 2000. до 2018. године. Јелинек и остали су касније додали индустријски и социјални аспект чиме су додатно унапредили приступ [8].

Још један проблем у коме је ИБА нашла примену, јесте рангирање банки. Аутори рада [10] су рангирани десет највећих банки Србије користећи ЛА. Да би процена перформанси била што објективнија и транспарентнија, аутори су поредили банке на основу четири групе атрибута који су агрегисане: финансијских индикатора, капитала, корпоративне структуре и брэнда. На овај начин постигнуто је да се применом вишекритеријумског одлучивања споје информације које су садржане у оквиру различитих једнокритеријумских метода. Предложени модел рангирања омогућава идентификацију разлика између банки, чак и оних суптилних што може бити пресудно приликом процене код економија у развоју.

Поред евалуације банки, ИБА је коришћена и за евалуацију финансијских перформанси компанија. Основа система предложеног у [22] је ЛА финансијских показатеља приликом добијања укупне оцене перформанси. Предност овог система се огледа у моделовању логичких израза у зависности од специфичних услова што омогућава кориснику детаљнију анализу. Управо је то показано у [19] на примеру Њујоршке берзе. На основу финансијских показатеља уз помоћ ЛА, изабране су интересантне деонице за инвестирање. Исто тако, логичка агрегација је примењена и на примеру кластеровања српских средњих предузећа [29].

Поред тога, евалуација перформанси компанија на основу логичког приступа ДуПонт финансијске анализе приказана је у [21]. ЛА користи се за агрегисање компоненти приноса на капитал како би се моделовали обрасци који одговарају пословним моделима. Овај метод је искоришћен за потребе аутоматизације алгоритаМСког трговања [20]. Додатно, анализа S&P500 компанија у које треба уложити извршена је помоћу интерполативног фази система закључивања који користи немонотоне фази скупове и Френкову т-норму као ГБ [9].

Можда најинтересантнија област у коме је ИБА нашла своје место јесте приликом моделовања јапанских свећница. Истраживачи су у оквиру радова [15, 26] предложили нови начин моделовања који користи ИБА као конзистентну фази логику с обзиром да конвенционални фази приступ не може да остане у Буловом оквиру и самим тим опише елементе. Идеја је да свака јапанска свећница може представити математичким путем и интерпретирати одговарајућим ГБП. Метод даје трговцима увид у степен испуњености ценовних образаца и на тај начин им омогућава да лако интерпретирају резултате и увиде суптилне разлике које су кључне приликом доношењу одлуке. Тестирање методе урађено је на насумично изабраном узорку података са берзе. Резултати су показали да прилагођавањем параметра, техника извесно имитира људску перцепцију. Неколико година касније, овај приступ је искоришћен за израду веб апликације за препознавање ценовних образаца [13]. Апликација нуди могућност да се модели исцртавају као индикатори на графику заједно са ценовним.

4. ЗАКЉУЧАК

Основна сврха истраживања је била да пружи преглед о примени ИБА у области финансија. Истраживање је обухватило радове од 2010. године до данас. Радови који се баве кредитним рејтингом предузећа и држава, моделовањем ценовних образаца, избором инвестиционог портфолија, евалуацијом финансијских перформанси предузећа и рангирањем банки разматрани су у оквиру овог истраживања. Главни допринос рада представља први преглед литературе о ИБА и њеним применама у финансијама. Додатни допринос је кратак преглед основних концепата ИБА који може усмерити истраживаче у изградњи логичких модела. На основу прегледа, може се закључити да је ИБА дала и више него задовољавајуће резултате у поменутиМ доменима. Наставак истраживања кретаће се у правцу поређења ИБА модела са

другим логичким моделима и техникама рачунарске интелигенције за решавање финансијских проблема.

Захвалница

Истраживање је финансирано уз подршку Факултета организационих наука, Универзитета у Београду.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Addy, W. A., Ajayi-Nifise, A. O., Bello, B. G., Tula, S. T., Odeyem, O. и Falaiye, T. (2024). Algorithmic Trading and AI: A Review of Strategies and Market Impact. *World Journal of Advanced Engineering Technology and Sciences*, 11(1), 258-267.
- [2] Alkhatib, K., Khazaleh, H., Alkhazaleh, H. A., Alsoud, A. R. и Abualigah, L. (2022). A new stock price forecasting method using active deep learning approach. *Journal of Open Innovation: Technology, Market, and Complexity*, 8(2), 96.
- [3] Althelaya, K. A., Mohammed, S. A. и El-Alfy, E. S. M. (2021). Combining deep learning and multiresolution analysis for stock market forecasting. *IEEE Access*, 9, 13099-13111.
- [4] Војтек, Н., Петровић, Б. и Милошевић, П. (2021). Decision support system for predicting the number of no-show passengers in airline industry. *Tehnički vjesnik*, 28(1), 123-134.
- [5] Вранић, Н., Милошевић, П., Поледица, А. и Петровић, Б. (2020). A Recommender System With IBA Similarity Measure. In *Advances in Operational Research in the Balkans: XIII Balkan Conference on Operational Research* (pp. 275-290). Springer International Publishing.
- [6] Чолић, Н., Милошевић, П., Драговић, И. и Ћеранић, М. С. (2024). IBA-VNS: A Logic-Based Machine Learning Algorithm and Its Application in Surgery. *Mathematics*, 12(7), 950.
- [7] Јелинек, С., Милошевић, П., Ракићевић, А. и Петровић, Б. (2021). Forecasting Sovereign Credit Ratings Using Differential Evolution and Logic Aggregation in IBA Framework. In *International Conference on Intelligent and Fuzzy Systems* (pp. 506-513). Cham: Springer International Publishing.
- [8] Јелинек, С., Милошевић, П., Ракићевић, А., Поледица, А. и Петровић, Б. (2022). A Novel IBA-DE Hybrid Approach for Modeling Sovereign Credit Ratings. *Mathematics*, 10(15), 2679.
- [9] Ковачевић, Д., Секулић, П. и Ракићевић, А. (2011). Consistent interpolative fuzzy logic and investment decision-making. In *The First Annual Conference of Young Serbian Economists*. National Bank of Serbia.
- [10] Костић, Ј., Бакајац, М., Милошевић, П. и Поледица, А. (2013). Ranking of Banks Using Logical Aggregation. In N. Mladenović, G. Savić, M. Kuzmanović, D. Makajić-Nikolić & M. Stanojević (Eds.), *Proceedings of the 11th Balkan Conference on Operational Research* (pp. 3-11). Belgrade: Faculty of Organizational Sciences.
- [11] Латиновић, М., Драговић, И., Богојевић-Арсин, В. и Петровић, Б. (2018). A fuzzy inference system for credit scoring using Boolean consistent fuzzy logic. *International Journal of Computational Intelligence Systems*, 11(1), 414-427.
- [12] Мартиновић, Н. и Делибашић, Б. (2016). Selection of the best consultant for SAP ERP project using combined АНР-IBA approach. *Yugoslav Journal of Operations Research*, 24(3).
- [13] Милић, М., Ракићевић, А., Милошевић, П. и Симеуновић, В. (2019). Veb апликација за fazi препознавање сеновних образаца на финансијским тржиштима. *ИнфоМ-Часопис за информационе технологије и мултимедијалне системе*, 69, 23-29.
- [14] Милошевић, П., Нешић, И., Поледица, А., Радојевић, Д. и Петровић, Б. (2017). Logic-based aggregation methods for ranking student applicants. *Yugoslav Journal of Operations Research*, 27(4), 463-479.

- [15] Нешић, И., Милошевић, П., Ракићевић, А., Петровић, Б. и Радојевић, Д. Г. (2013). Modeling Candlestick Patterns with Interpolative Boolean Algebra for Investment Decision Making. In: Balas, V., Fodor, J., Várkonyi-Kóczy, A., Dombi, J., Jain, L. (eds) *Soft Computing Applications*. Advances in Intelligent Systems and Computing, vol 195. Springer, Berlin, Heidelberg.
- [16] Pamuk, M. и Schumann, M. (2023). Opening a New Era with Machine Learning in Financial Services? Forecasting Corporate Credit Ratings Based on Annual Financial Statements. *International Journal of Financial Studies*, 11(3), 96.
- [17] Радојевић, Д. (2000). [0, 1]-valued logic: A natural generalization of Boolean logic. *Yugoslav Journal of Operations Research*, 10(2), 185-216.
- [18] Радојевић, Д. (2008). Logical aggregation based on interpolative Boolean algebra. *Mathware & Soft Computing*, 15(1), 125-141.
- [19] Ракићевић, А., Добрић, В. и Радојевић, Д. (2010). Selection of equity securities with logical aggregation. In *Computational intelligence: foundations and applications* (pp. 603-609).
- [20] Ракићевић, А. и Милошевић, П. (2017). IBA sistem za automatizovano trgovanje na berzi. In *InfoTech 2017*.
- [21] Ракићевић, А., Милошевић, П., Петровић, Б. и Радојевић, Д. (2016). DuPont Financial Ratio Analysis Using Logical Aggregation. In V. E. Balas, L. C. Jain & B. Kovačević (Eds.), *Soft Computing Applications*. Advances in Intelligent Systems and Computing 357 (pp. 727-739). Berlin: Springer
- [22] Ракићевић, А., Милошевић, П. и Поледица, А. (2014). Sistem za evaluaciju finansijskih performansi kompanije zasnovan na logičkom pristupu. *ИнфоМ-Часопис за информационе технологије и мултимедијалне системе*, 2014(51).
- [23] Ракићевић, А., Милошевић, П., Поледица, А., Драговић, И. и Петровић, Б. (2019). Interpolative Boolean approach for fuzzy portfolio selection. *Applying fuzzy logic for the digital economy and society*, 23-46.
- [24] Ракићевић, А., Нешић, И., Милошевић, П., Петровић, Б. и Радојевић, Д. (2015). Izbor investicionog portfolija primenom logičkog hijerarhijskog klasterovanja. *PROCEEDINGS (ZBORNIK RADOVA)*, 362.
- [25] Ракићевић, А., Нешић, И., Радојевић, Д. и Петровић, Б. (2011). Hierarchical clustering using consistent fuzzy technique. In J. Vuleta, M. Backović, Z. Popović (Eds.) *Zbornik XXXVIII Simpozijuma o operacionim istraživanjima* (pp. 418-420).
- [26] Ракићевић, А., Нешић, И., Радојевић, Д. и Петровић, Б. (2012). Identifikacija cenovnog trenda korišćenjem realno-vrednosne logike zasnovane na interpolativnoj Bulovoj algebri. In *Zbornik XXXIX Simpozijuma o operacionim istraživanjima (SYM-OP-IS 2012)* (pp. 365-368). Visoka građevinsko-geodetska škola: Beograd.
- [27] Ракићевић, А., Симеуновић, В., Петровић, Б. и Милић, С. (2018). An Automated System for Stock Market Trading Based on Logical Clustering. *Tehnički vjesnik - Technical Gazette*, 25(4), 970-978.
- [28] Zhao, C., Wu, M., Liu, J., Duan, Z., Li, J., Shen, L., Shangguan, X., Liu, D. и Wang, Y. (2023). Progress and prospects of data-driven stock price forecasting research. *International Journal of Cognitive Computing in Engineering*, 4, 100-108.
- [29] Живанчевић, С., Марковић, Д., Милошевић, П., Ракићевић, А. и Петровић, Б. (2016). Intuicionističko fazi hijerarhijsko klasterovanje: primer srpskih srednjih preduzeća. In A. Ilić, D. Petrović & D. Stojković (Eds.), *Zbornik radova XLIII Simpozijum o operacionim istraživanjima (SYM-OP-IS 2016)* (pp. 401-404). Beograd: Medija centar Odbrana.